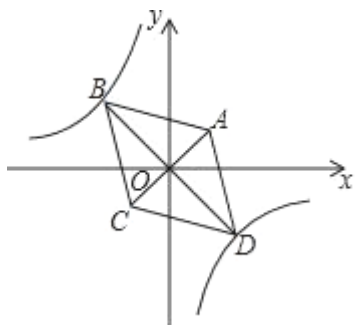


专题 3.4 反比例函数

一、单选题

1. 如图，菱形 $ABCD$ 的两个顶点 B 、 D 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，对角线 AC 与 BD 的交点恰好是坐标原点 O ，已知点 $A(1, 1)$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，则 k 的值是（ ）



- A. -5 B. -4 C. -3 D. -2

【来源】江苏省连云港市 2018 年中考数学试题

【答案】C

【解析】分析：根据题意可以求得点 B 的坐标，从而可以求得 k 的值．

详解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore BA=BC$ ， $AC \perp BD$ ，

$\because \angle ABC=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\because$ 点 $A(1, 1)$ ，

$\therefore OA=\sqrt{2}$ ，

$\therefore BO=\frac{OA}{\tan 30^\circ}=\sqrt{6}$ ，

$\because$ 直线 AC 的解析式为 $y=x$ ，

$\therefore$ 直线 BD 的解析式为 $y=-x$ ，

$\therefore OB=\sqrt{6}$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ ，

$\because$ 点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

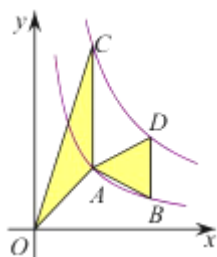
$\therefore \sqrt{3}=\frac{k}{-\sqrt{3}}$ ，

解得， $k=-3$ ，

故选：C．

点睛：本题考查反比例函数图象上点的坐标特征、菱形的性质，解答本题的关键是明确题意，利用反比例函数的性质解答．

2. 如图，点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图象上，点 C, D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上，AC//BD//y 轴，已知点 A, B 的横坐标分别为 1, 2, $\triangle OAC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积之和为 $\frac{3}{2}$ ，则 k 的值为 ()



A. 4 B. 3 C. 2 D. $\frac{3}{2}$

【来源】浙江省温州市 2018 年中考数学试卷

【答案】B

【解析】分析：首先根据 A, B 两点的横坐标，求出 A, B 两点的坐标，进而根据 AC//BD//y 轴及反比例函数图像上的点的坐标特点得出 C, D 两点的坐标，从而得出 AC, BD 的长，根据三角形的面积公式表示出 $S_{\triangle OAC}$, $S_{\triangle ABD}$ 的面积，再根据 $\triangle OAC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积之和为 $\frac{3}{2}$ ，列出方程，求解得出答案．

详解：把 $x=1$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ 得： $y=1$,

$\therefore A(1,1)$, 把 $x=2$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ 得： $y=\frac{1}{2}$,

$\therefore B(2, \frac{1}{2})$,

$\because AC//BD//y$ 轴,

$\therefore C(1,k), D(2, \frac{k}{2})$

$\therefore AC=k-1, BD=\frac{k}{2}-\frac{1}{2}$,

$\therefore S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} (k-1) \times 1$,

$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} (\frac{k}{2}-\frac{1}{2}) \times 1$,

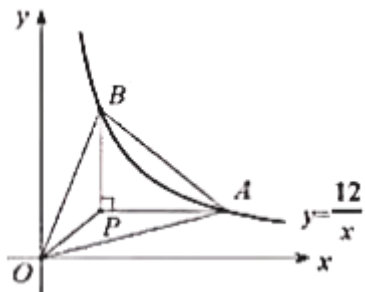
又 $\because \triangle OAC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积之和为 $\frac{3}{2}$,

$\therefore \frac{1}{2} (k-1) \times 1 + \frac{1}{2} (\frac{k}{2}-\frac{1}{2}) \times 1 = \frac{3}{2}$, 解得： $k=3$;

故答案为 B.

点睛：此题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，以及反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握反比例函数 k 的几何意义是解本题的关键.

3. 如图, A 、 B 是函数 $y = \frac{12}{x}$ 上两点, P 为一动点, 作 $PB \parallel y$ 轴, $PA \parallel x$ 轴, 下列说法正确的是()



- ① $\triangle AOP \cong \triangle BOP$; ② $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOP}$; ③ 若 $OA = OB$, 则 OP 平分 $\angle AOB$; ④ 若 $S_{\triangle BOP} = 4$, 则 $S_{\triangle ABP} = 16$

A. ①③ B. ②③ C. ②④ D. ③④

【来源】广东省深圳市 2018 年中考数学试题

【答案】B

【解析】【分析】①显然 AO 与 BO 不一定相等, 由此可判断①错误; ②延长 BP , 交 x 轴于点 E , 延长 AP , 交 y 轴于点 F , 根据矩形的性质以及反比例函数的性质判断②正确; ③过 P 作 $PM \perp BO$, 垂足为 M , 过 P 作 $PN \perp AO$, 垂足为 N , 由已知可推导得出 $PM = PN$, 继而可判断③正确; ④设 $P(a, b)$, 则 $B(a, \frac{12}{a})$ 、 $A(\frac{12}{b}, b)$, 根据 $S_{\triangle BOP} = 4$, 可得 $ab = 4$, 继而可判断④错误.

【详解】①显然 AO 与 BO 不一定相等, 故 $\triangle AOP$ 与 $\triangle BOP$ 不一定全等, 故①错误;

②延长 BP , 交 x 轴于点 E , 延长 AP , 交 y 轴于点 F ,

$\because AP \parallel x$ 轴, $BP \parallel y$ 轴, $\therefore$ 四边形 $OEPF$ 是矩形, $S_{\triangle EOP} = S_{\triangle FOP}$,

$\because S_{\triangle BOE} = S_{\triangle AOF} = \frac{1}{2}k = 6$, $\therefore S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOP}$, 故②正确;

③过 P 作 $PM \perp BO$, 垂足为 M , 过 P 作 $PN \perp AO$, 垂足为 N ,

$\because S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2}OA \cdot PN$, $S_{\triangle BOP} = \frac{1}{2}BO \cdot PM$, $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOP}$, $AO = BO$,

$\therefore PM = PN$, $\therefore PO$ 平分 $\angle AOB$, 即 OP 为 $\angle AOB$ 的平分线, 故③正确;

④设 $P(a, b)$, 则 $B(a, \frac{12}{a})$ 、 $A(\frac{12}{b}, b)$,

$S_{\triangle BOP} = \frac{1}{2}BP \cdot EO = \frac{1}{2} \times \left(\frac{12}{a} - b\right) \cdot a = 4$,

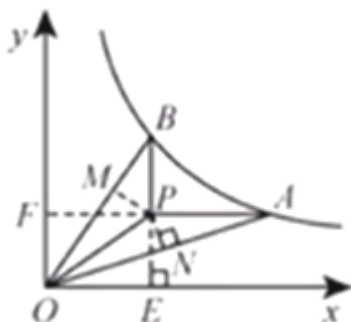
$\therefore ab = 4$,

$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \mathbf{AP} \cdot \mathbf{BP} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{12}{a} - b \right) \cdot \left(\frac{12}{b} - a \right) = 8,$$

故④错误，

综上，正确的为②③，

故选 B.



【点睛】本题考查了反比例函数的综合题，正确添加辅助线、熟知反比例函数 k 的几何意义是解题的关键.

4. 若点 $A(x_1, -6)$, $B(x_2, -2)$, $C(x_3, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 的图像上，则 x_1, x_2, x_3 的大小关系是 ()

- A. $x_1 < x_2 < x_3$ B. $x_2 < x_1 < x_3$ C. $x_2 < x_3 < x_1$ D. $x_3 < x_2 < x_1$

【来源】天津市 2018 年中考数学试题

【答案】B

【解析】分析：先根据反比例函数的解析式判断出函数图象所在的象限，再根据 A、B、C 三点横坐标的特点判断出三点所在的象限，由函数的增减性及四个象限内点的横纵坐标的特点即可解答.

详解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{12}{x}$ 中， $k = 12 > 0$,

$\therefore$ 此函数的图象在一、三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小，

$\therefore y_1 < y_2 < 0 < y_3$,

$\therefore x_2 < x_1 < x_3$.

故选：B.

点睛：本题比较简单，考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，解答此题的关键是熟知反比例函数的增减性.

5. 在平面直角坐标系中，分别过点 $A(m, 0)$, $B(m+2, 0)$ 作 x 轴的垂线 l_1 和 l_2 ，探究直线 l_1 和 l_2 与双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 的关系，下列结论中错误的是

- A. 两直线中总有一条与双曲线相交
B. 当 $m=1$ 时，两条直线与双曲线的交点到原点的距离相等

- C. 当 $-2 < m < 0$ 时，两条直线与双曲线的交点在 y 轴两侧
- D. 当两直线与双曲线都有交点时，这两交点的最短距离是 2

【来源】江西省 2018 年中等学校招生考试数学试题

【答案】D

【解析】【分析】根据题意给定 m 特定值、非特定值分别进行讨论即可得.

【详解】当 $m=0$ 时， l_2 与双曲线有交点，当 $m=-2$ 时， l_1 与双曲线有交点，

当 $m \neq 0, m \neq -2$ 时， l_1 与 l_2 和双曲线都有交点，所以 A 正确，不符合题意；

当 $m=1$ 时，两交点分别是 $(1, 3), (3, 1)$ ，到原点的距离都是 $\sqrt{10}$ ，所以 B 正确，不符合题意；

当 $-2 < m < 0$ 时， l_1 在 y 轴的左侧， l_2 在 y 轴的右侧，所以 C 正确，不符合题意；

两交点分别是 $(m, \frac{3}{m})$ 和 $(m+2, \frac{3}{m+2})$ ，两交点的距离是 $\sqrt{4 + \frac{36}{[m(m+2)]^2}}$ ，当 m 无限大时，两交点的距离趋近于 2，所以 D 不正确，符合题意，

故选 D.

【点睛】本题考查了垂直于 x 轴的直线与反比例函数图象之间的关系，利用特定值，分情况进行讨论是解本题的关键，本题有一定的难度.

6. 已知点 $A(x_1, 3)$ 、 $B(x_2, 6)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上，则下列关系式一定正确的是 ()
- A. $x_1 < x_2 < 0$ B. $x_1 < 0 < x_2$ C. $x_2 < x_1 < 0$ D. $x_2 < 0 < x_1$

【来源】江苏省扬州市 2018 年中考数学试题

【答案】A

【解析】分析：根据反比例函数的性质，可得答案.

详解：由题意，得

$k=-3$ ，图象位于第二象限，或第四象限，

在每一象限内， y 随 x 的增大而增大，

$\because 3 < 6$,

$\therefore x_1 < x_2 < 0$,

故选 A.

点睛：本题考查了反比例函数，利用反比例函数的性质是解题关键.

7. 给出下列函数：① $y = -3x+2$ ；② $y = x^3$ ；③ $y = 2x^2$ ；④ $y = 3x$ ，上述函数中符合条作“当 $x > 1$ 时，函数值 y 随

自变量 x 增大而增大“的是 ()

- A. ①③ B. ③④ C. ②④ D. ②③

【来源】山东省德州市 2018 年中考数学试题

【答案】B

【解析】分析：分别利用一次函数、正比例函数、反比例函数、二次函数的增减性分析得出答案．

详解：① $y = -3x + 2$ ，当 $x > 1$ 时，函数值 y 随自变量 x 增大而减小，故此选项错误；

② $y = \frac{3}{x}$ ，当 $x > 1$ 时，函数值 y 随自变量 x 增大而减小，故此选项错误；

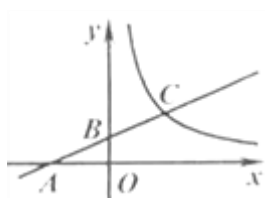
③ $y = 2x^2$ ，当 $x > 1$ 时，函数值 y 随自变量 x 增大而减小，故此选项正确；

④ $y = 3x$ ，当 $x > 1$ 时，函数值 y 随自变量 x 增大而减小，故此选项正确．

故选 B．

点睛：本题主要考查了一次函数、正比例函数、反比例函数、二次函数的性质，正确把握相关性质是解题的关键．

8. 如图，点 C 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上，过点 C 的直线与 x 轴， y 轴分别交于点 A ， B ，且 $AB = BC$ ， $\triangle AOB$ 的面积为 1，则 k 的值为 ()



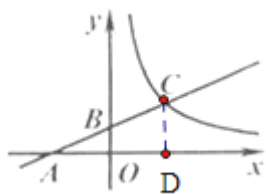
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【来源】2018 年浙江省舟山市中考数学试题

【答案】D

【解析】【分析】过点 C 作 $CD \perp x$ 轴，设点 $A(-a, 0)$ ， $B(0, b)$ ． $AB = BC$ ，则 $OD = OA = a$ ， $CD = 2OB = 2b$ ，得到点 C 的坐标，根据 $\triangle AOB$ 的面积为 1，得到 a, b 的关系式，即可求出 k 的值．

【解答】过点 C 作 $CD \perp x$ 轴，



设点 $A(-a, 0), B(0, b)$. $AB = BC$, 则 $OD = OA = a, CD = 2OB = 2b$,

得到点 C 的坐标为: $(a, 2b)$.

$\triangle AOB$ 的面积为 1,

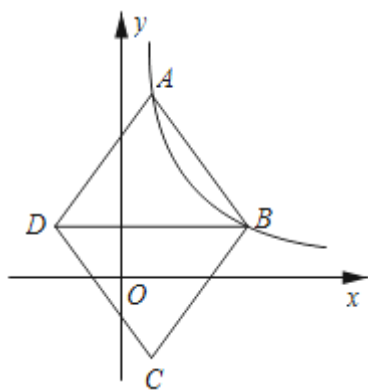
即 $\frac{1}{2}ab = 1, ab = 2$,

$k = a \cdot 2b = 2ab = 4$.

故选 D.

【点评】考查反比例函数图象上点的坐标特征，掌握待定系数法是解题的关键.

9. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象上，横坐标分别为 1, 4，对角线 $BD \parallel x$ 轴. 若菱形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{45}{2}$ ，则 k 的值为 ()



- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{15}{4}$ C. 4 D. 5

【来源】【全国省级联考】2018 年重庆市中考数学试卷（A 卷）

【答案】D

【解析】【分析】设 $A(1, m), B(4, n)$ ，连接 AC 交 BD 于点 M ， $BM = 4 - 1 = 3$ ， $AM = m - n$ ，由菱形的面积可推得 $m - n = \frac{15}{4}$ ，再根据反比例函数系数的特性可知 $m = 4n$ ，从而可求出 n 的值，即可得到 k 的值.

【详解】设 $A(1, m), B(4, n)$ ，连接 AC 交 BD 于点 M ，

则有 $BM = 4 - 1 = 3$ ， $AM = m - n$ ，

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = 4 \times \frac{1}{2} BM \cdot AM,$$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{45}{2},$$

$$\therefore 4 \times \frac{1}{2} \times 3(m-n) = \frac{45}{2},$$

$$\therefore m-n = \frac{15}{4},$$

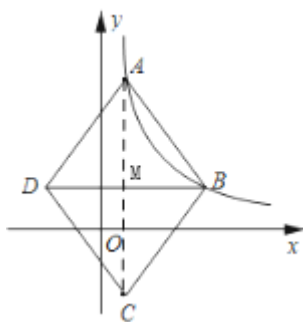
又 $\because$ 点 A, B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$,

$$\therefore k = m = 4n,$$

$$\therefore n = \frac{5}{4},$$

$$\therefore k = 4n = 5,$$

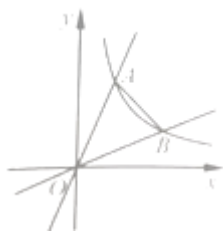
故选 D.



【点睛】本题考查了反比例函数 k 的几何意义、菱形的性质、菱形的面积等，熟记菱形的对角线互相垂直平分是解题的关键.

二、填空题

10. 如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 与正比例函数 $y = kx$ 、 $y = \frac{x}{k}$ ($k > 1$) 的图象分别交于点 A、B，若 $\angle AOB = 45^\circ$ ，则 $\triangle AOB$ 的面积是_____.



【来源】江苏省宿迁市 2018 年中考数学试卷

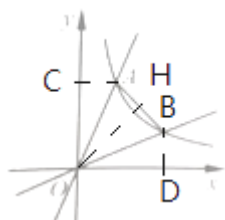
【答案】2

【解析】【分析】作 $BD \perp x$ 轴， $AC \perp y$ 轴， $OH \perp AB$ （如图），设 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，根据反比

例函数 k 的几何意义得 $x_1y_1=x_2y_2=2$ ；将反比例函数分别与 $y=kx$ ， $y=\frac{x}{k}$ 联立，解得 $x_1=\sqrt{\frac{2}{k}}$ ， $x_2=\sqrt{2k}$ ，从而得 $x_1x_2=2$ ，所以 $y_1=x_2$ ， $y_2=x_1$ ，根据 SAS 得 $\triangle ACO \cong \triangle BDO$ ，由全等三角形性质得 $AO=BO$ ， $\angle AOC=\angle BOD$ ，由垂直定义和已知条件得 $\angle AOC=\angle BOD=\angle AOH=\angle BOH=22.5^\circ$ ，根据 AAS 得

$\triangle ACO \cong \triangle BDO \cong \triangle AHO \cong \triangle BHO$ ，根据三角形面积公式得 $S_{\triangle ABO}=S_{\triangle AHO}+S_{\triangle BHO}=S_{\triangle ACO}+S_{\triangle BDO}=\frac{1}{2}x_1y_1+\frac{1}{2}x_2y_2=\frac{1}{2}\times 2+\frac{1}{2}\times 2=2$ 。

【详解】如图：作 $BD \perp x$ 轴， $AC \perp y$ 轴， $OH \perp AB$ ，



设 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，

$\because A、B$ 在反比例函数上，

$\therefore x_1y_1=x_2y_2=2$ ，

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = kx \end{cases}$$

解得： $x_1=\sqrt{\frac{2}{k}}$ ，

$$\text{又} \because \begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = \frac{x}{k} \end{cases}$$

解得： $x_2=\sqrt{2k}$ ，

$$\therefore x_1x_2=\sqrt{\frac{2}{k}}\times\sqrt{2k}=2，$$

$\therefore y_1=x_2$ ， $y_2=x_1$ ，

即 $OC=OD$ ， $AC=BD$ ，

$\because BD \perp x$ 轴， $AC \perp y$ 轴，

$\therefore \angle ACO=\angle BDO=90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ACO \cong \triangle BDO$ (SAS)，

$\therefore AO=BO$ ， $\angle AOC=\angle BOD$ ，

又 $\because \angle AOB=45^\circ$ ， $OH \perp AB$ ，

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD = \angle AOH = \angle BOH = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACO \cong \triangle BDO \cong \triangle AHO \cong \triangle BHO,$$

$$\therefore S_{\triangle ABO} = S_{\triangle AHO} + S_{\triangle BHO} = S_{\triangle ACO} + S_{\triangle BDO} = \frac{1}{2}x_1y_1 + \frac{1}{2}x_2y_2 = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 = 2,$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，反比例函数与一次函数的交点问题，全等三角形的判定与性质等，正确添加辅助线是解题的关键.

11. 已知 $A(-4, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 图象上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系为 _____.

【来源】江苏省连云港市 2018 年中考数学试题

【答案】 $y_1 < y_2$

【解析】分析：根据反比例函数的性质和题目中的函数解析式可以判断 y_1 与 y_2 的大小，从而可以解答本题.

详解： $\because$ 反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$, $-4 < 0$,

$\therefore$ 在每个象限内， y 随 x 的增大而增大，

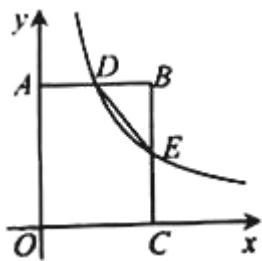
$\because A(-4, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 图象上的两个点， $-4 < -1$,

$\therefore y_1 < y_2$,

故答案为： $y_1 < y_2$.

点睛：本题考查反比例函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确反比例函数的性质，利用函数的思想解答.

12. 如图，点 D 为矩形 $OABC$ 的 AB 边的中点，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 D ，交 BC 边于点 E . 若 $\triangle BDE$ 的面积为 1，则 $k =$ _____



【来源】江苏省盐城市 2018 年中考数学试题

【答案】4

【解析】分析：设 $D(a, \frac{k}{a})$ ，利用点 D 为矩形 $OABC$ 的 AB 边的中点得到 $B(2a, \frac{k}{a})$ ，则 $E(2a, \frac{k}{2a})$ ，然后利用三角形面积公式得到 $\frac{1}{2} \cdot a \cdot (\frac{k}{a} - \frac{k}{2a}) = 1$ ，最后解方程即可。

详解：设 $D(a, \frac{k}{a})$ ，

$\because$ 点 D 为矩形 $OABC$ 的 AB 边的中点，

$\therefore B(2a, \frac{k}{a})$ ，

$\therefore E(2a, \frac{k}{2a})$ ，

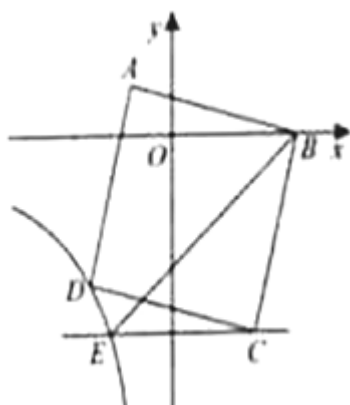
$\therefore \triangle BDE$ 的面积为 1，

$\therefore \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\frac{k}{a} - \frac{k}{2a}) = 1$ ，解得 $k=4$ 。

故答案为 4。

点睛：本题考查了反比例函数比例系数 k 的几何意义：在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$ 。也考查了反比例函数图象上点的坐标特征。

13. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 的顶点 A 的坐标为 $(-1, 1)$ ，点 B 在 x 轴正半轴上，点 D 在第三象限的双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 上，过点 C 作 $CE \parallel x$ 轴交双曲线于点 E ，连接 BE ，则 $\triangle BCE$ 的面积为_____。

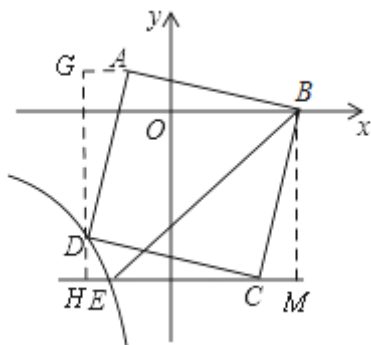


【来源】湖北省孝感市 2018 年中考数学试题

【答案】7

【解析】分析：作辅助线，构建全等三角形：过 D 作 $GH \perp x$ 轴，过 A 作 $AG \perp GH$ ，过 B 作 $BM \perp HC$ 于 M ，证明 $\triangle AGD \cong \triangle DHC \cong \triangle CMB$ ，根据点 D 的坐标表示： $AG=DH=-x-1$ ，由 $DG=BM$ ，列方程可得 x 的值，表示 D 和 E 的坐标，根据三角形面积公式可得结论。

详解：过 D 作 $GH \perp x$ 轴，过 A 作 $AG \perp GH$ ，过 B 作 $BM \perp HC$ 于 M ，



设 $D(x, \frac{6}{x})$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD=CD=BC, \angle ADC=\angle DCB=90^\circ$,

易得 $\triangle AGD \cong \triangle DHC \cong \triangle CMB$,

$\therefore AG=DH=-x-1$,

$\therefore DG=BM$,

$\therefore 1-\frac{6}{x}=-1-x-\frac{6}{x}$,

$x=-2$,

$\therefore D(-2, -3), CH=DG=BM=1-\frac{6}{-2}=4$,

$\therefore AG=DH=-1-x=1$,

$\therefore$ 点 E 的纵坐标为 -4 ,

当 $y=-4$ 时, $x=-\frac{3}{2}$,

$\therefore E(-\frac{3}{2}, -4)$,

$\therefore EH=2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$,

$\therefore CE=CH-HE=4-\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$,

$\therefore S_{\triangle CEB}=\frac{1}{2}CE \cdot BM=\frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 4=7$.

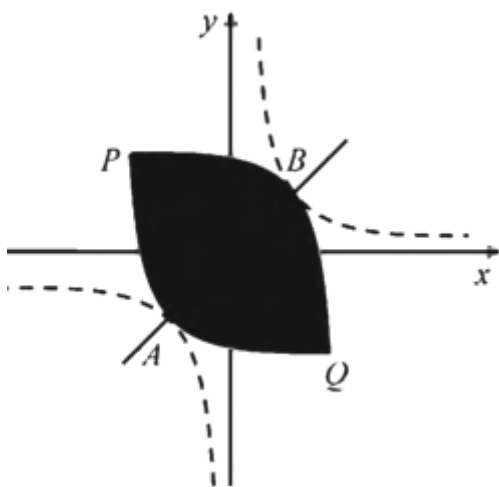
故答案为: 7.

点睛: 本题考查正方形的性质、全等三角形的判定和性质、反比例函数的性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会构建方程解决问题, 属于中考填空题的压轴题.

14. 设双曲线 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 与直线 $y=x$ 交于 A, B 两点 (点 A 在第三象限), 将双曲线在第一象限的一支沿射线 BA 的方向平移, 使其经过点 A , 将双曲线在第三象限的一支沿射线 AB 的方向平移, 使其经过点 B , 平移后的

两条曲线相交于点 P 、 Q 两点，此时我们称平移后的两条曲线所围部分（如图中阴影部分）为双曲线的

“眸”， PQ 为双曲线的“眸径”. 当双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的眸径为 6 时， k 的值为_____.

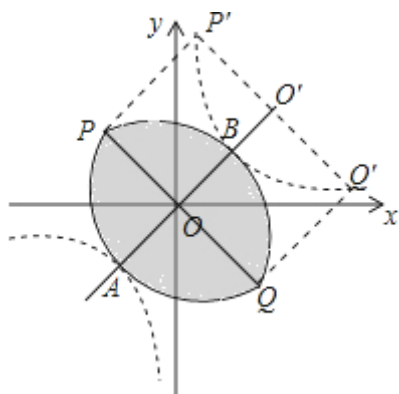


【来源】四川省成都市 2018 年中考数学试题

【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】分析：以 PQ 为边，作矩形 $PQQ'P'$ 交双曲线于点 P' 、 Q' ，联立直线 AB 及双曲线解析式成方程组，通过解方程组可求出点 A 、 B 的坐标，由 PQ 的长度可得出点 P 的坐标（点 P 在直线 $y=x$ 上找出点 P 的坐标），由图形的对称性结合点 A 、 B 和 P 的坐标可得出点 P' 的坐标，再利用反比例函数图象上点的坐标特征即可得出关于 k 的一元一次方程，解之即可得出结论.

详解：以 PQ 为边，作矩形 $PQQ'P'$ 交双曲线于点 P' 、 Q' ，如图所示.



联立直线 AB 及双曲线解析式成方程组，
$$\begin{cases} y=x \\ y=\frac{k}{x} \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} x_1=-\sqrt{k} \\ y_1=-\sqrt{k} \end{cases}$ ， $\begin{cases} x_1=\sqrt{k} \\ y_1=\sqrt{k} \end{cases}$ ，

∴点 A 的坐标为 $(-\sqrt{k}, -\sqrt{k})$ ，点 B 的坐标为 $(\sqrt{k}, \sqrt{k})$ 。

∵PQ=6，

∴OP=3，点 P 的坐标为 $(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$ 。

根据图形的对称性可知：AB=OO' =PP'，

∴点 P' 的坐标为 $(-\frac{3\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{k}, \frac{3\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{k})$ 。

又∵点 P' 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上，

∴ $(-\frac{3\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{k}) \cdot (\frac{3\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{k}) = k$ ，

解得： $k=\frac{3}{2}$ 。

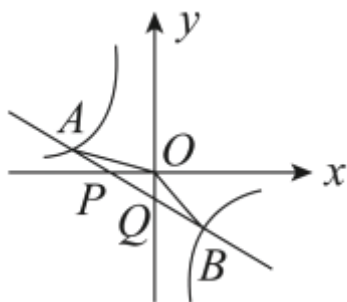
故答案为： $\frac{3}{2}$ 。

点睛：本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、反比例函数图象上点的坐标特征、矩形的性质以及解一元一次方程，利用矩形的性质结合函数图象找出点 P' 的坐标是解题的关键。

15. 如图，已知直线 $y=k_1x+b$ 与 x 轴、 y 轴相交于 P、Q 两点，与 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 A(-2,m)、B(1,n) 两点，连接 OA、OB. 给出下列结论：

① $k_1k_2 < 0$ ；② $m + \frac{1}{2}n = 0$ ；③ $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOQ}$ ；④ 不等式 $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$ 的解集是 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$ 。

其中正确结论的序号是_____。



【来源】贵州省安顺市 2018 年中考数学试题

【答案】②③④

【解析】分析：根据一次函数和反比例函数的性质得到 $k_1k_2 > 0$ ，故①错误；把 A (-2, m)、B (1, n) 代入 $y = \frac{k_2}{x}$ 中得到 $-2m = n$ 故②正确；把 A (-2, m)、B (1, n) 代入 $y = k_1x + b$ 得到 $y = -mx - m$ ，求得 P (-1, 0)，Q (0, -m)，根据三角形的面积公式即可得到 $S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOQ}$ ；故③正确；根据图象得到不等式 $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$ 的解集是 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$ ，故④正确。

详解：由图象知， $k_1 < 0$ ， $k_2 < 0$ ，

$\therefore k_1k_2 > 0$ ，故①错误；

把 A (-2, m)、B (1, n) 代入 $y = \frac{k_2}{x}$ 中得 $-2m = n$ ，

$\therefore m + \frac{1}{2}n = 0$ ，故②正确；

把 A (-2, m)、B (1, n) 代入 $y = k_1x + b$ 得

$$\begin{cases} m = -2k_1 + b \\ n = k_1 + b \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k_1 = \frac{n-m}{3} \\ b = \frac{2n+m}{3} \end{cases},$$

$\therefore -2m = n$ ，

$\therefore y = -mx - m$ ，

$\therefore$ 已知直线 $y = k_1x + b$ 与 x 轴、y 轴相交于 P、Q 两点，

$\therefore P (-1, 0)$ ， $Q (0, -m)$ ，

$\therefore OP = 1$ ， $OQ = m$ ，

$\therefore S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2}m$ ， $S_{\triangle BOQ} = \frac{1}{2}m$ ，

$\therefore S_{\triangle AOP} = S_{\triangle BOQ}$ ；故③正确；

由图象知不等式 $k_1x + b > \frac{k_2}{x}$ 的解集是 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$ ，故④正确；

故答案为：②③④。

点睛：本题考查了反比例函数与一次函数的交点，求两直线的交点坐标，三角形面积的计算，正确的理解题意是解题的关键。

16. 若点 A (-2, y_1)、B (-1, y_2)、C (1, y_3) 都在反比例函数 $y = \frac{k^2 - 2k + 3}{x}$ (k 为常数) 的图象上，

则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系为_____.

【来源】山东省滨州市 2018 年中考数学试题

【答案】 $y_2 < y_1 < y_3$

【解析】分析：设 $t = k^2 - 2k + 3$ ，配方后可得出 $t > 0$ ，利用反比例函数图象上点的坐标特征可求出 y_1 、 y_2 、 y_3 的值，比较后即可得出结论.

详解：设 $t = k^2 - 2k + 3$ ，

$$\therefore k^2 - 2k + 3 = (k - 1)^2 + 2 > 0,$$

$$\therefore t > 0.$$

$\therefore$ 点 A $(-2, y_1)$ 、B $(-1, y_2)$ 、C $(1, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k^2 - 2k + 3}{x}$ (k 为常数) 的图象上，

$$\therefore y_1 = -\frac{t}{2}, y_2 = -t, y_3 = t,$$

$$\text{又} \because -t < -\frac{t}{2} < t,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < y_3.$$

故答案为： $y_2 < y_1 < y_3$.

点睛：本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，利用反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1 、 y_2 、 y_3 的值是解题的关键.

17. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(-3, -1)$ ，则 $k =$ _____.

【来源】江苏省南京市 2018 年中考数学试卷

【答案】3

【解析】分析：直接把点 $(-3, -1)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ，求出 k 的值即可.

详解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-3, -1)$ ，

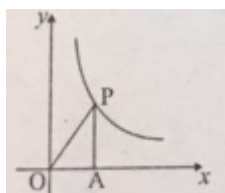
$$\therefore -1 = -\frac{k}{3},$$

解得 $k = 3$.

故答案为：3.

点睛：本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

18. 如图，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，点 P 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 图象上的一点， $PA \perp x$ 轴于点 A ，则 $\triangle POA$ 的面积为_____.



【来源】湖南省娄底市 2018 年中考数学试题

【答案】1

【解析】【分析】设 P 点坐标为 (m, n)，根据三角形的面积公式以及点 P 在反比例函数图象上即可得.

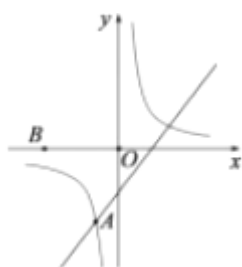
【详解】设 P 点坐标为 (m, n)，则有 $mn=2$ ， $OA=|m|$ ， $PA=|n|$ ，

$$S_{\triangle POA} = \frac{1}{2} OA \cdot PA = \frac{1}{2} |m| \cdot |n| = 1,$$

故答案为：1.

【点睛】本题考查了反比例函数比例系数 k 的几何意义，用到的知识为：在反比例函数图象上的点的横纵坐标的积等于反比例函数的比例系数.

19. 如图,反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 与一次函数 $y = x - 2$ 在第三象限交于点 A. 点 B 的坐标为 (-3, 0), 点 P 是 y 轴左侧的一点. 若以 A、O、B、P 为顶点的四边形为平行四边形. 则点 P 的坐标为_____.



【来源】山东省德州市 2018 年中考数学试题

【答案】(-4,-3),(-2,3)

【解析】分析：联立直线和反比例函数解析式可求出 A 点的坐标，再分以 AB 为对角线、以 OA 为对角线和以 OB 为对角线三种情况，利用平行四边形的性质可分别求得满足条件的 P 点的坐标.

详解：由题意得：
$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}.$$

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 与一次函数 $y = x - 2$ 在第三象限交于点 A, $\therefore A(-1, -3)$.

当以 AB 为对角线时, AB 的中点坐标 M 为 (-2, -1.5).

$\because$ 平行四边形的对角线互相平分, $\therefore M$ 为 OP 中点, 设 P 点坐标为 (x, y), 则 $\frac{x+0}{2} = -2, \frac{y+0}{2} = -1.5$,
解得: $x = -4, y = -3, \therefore P(-4, -3)$.

当 OB 为对角线时，由 O 、 B 坐标可求得 OB 的中点坐标 $M(-\frac{3}{2}, 0)$ ，设 P 点坐标为 (x, y) ，由平行四边形的性质可知 M 为 AP 的中点，结合中点坐标公式可得： $\frac{x-1}{2} = -\frac{3}{2}$ ， $\frac{y-3}{2} = 0$ ，解得： $x = -2$ ， $y = 3$ ， $\therefore P(-2, 3)$ ；

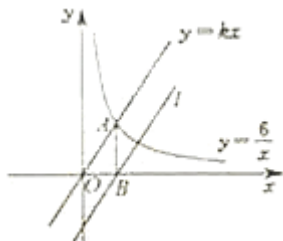
当以 OA 为对角线时，由 O 、 A 坐标可求得 OA 的中点坐标 $M(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$ ，设 P 点坐标为 (x, y) ，由平行四边形的性质可知 M 为 BP 中点，结合中点坐标公式可得： $\frac{x-3}{2} = -\frac{1}{2}$ ， $\frac{y+0}{2} = -\frac{3}{2}$ ，解得： $x = 2$ ， $y = -3$ ， $\therefore P(2, -3)$ (舍去)。

综上所述： P 点的坐标为 $(-4, -3)$ ， $(-2, 3)$ 。

故答案为： $(-4, -3)$ ， $(-2, 3)$ 。

点睛：本题考查的是反比例函数与一次函数的交点问题，熟知反比例函数图象上点的坐标特点、平行四边形的判定与性质及中点坐标公式是解答此题的关键。

20. 如图，正比例函数 $y=kx$ 与反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象有一个交点 $A(2, m)$ ， $AB \perp x$ 轴于点 B ，平移直线 $y=kx$ 使其经过点 B ，得到直线 l ，则直线 l 对应的函数表达式是_____。



【来源】安徽省 2018 年中考数学试题

【答案】 $y=\frac{3}{2}x-3$

【解析】【分析】由已知先求出点 A 、点 B 的坐标，继而求出 $y=kx$ 的解析式，再根据直线 $y=kx$ 平移后经过点 B ，可设平移后的解析式为 $y=kx+b$ ，将 B 点坐标代入求解即可得。

【详解】当 $x=2$ 时， $y=\frac{6}{x}=3$ ， $\therefore A(2, 3)$ ， $B(2, 0)$ ，
 $\because y=kx$ 过点 $A(2, 3)$ ，

$\therefore 3=2k$ ， $\therefore k=\frac{3}{2}$ ，

$$\therefore y = \frac{3}{2}x,$$

$\therefore$ 直线 $y = \frac{3}{2}x$ 平移后经过点 B,

$\therefore$ 设平移后的解析式为 $y = \frac{3}{2}x + b$,

则有 $0 = 3 + b$,

解得: $b = -3$,

$\therefore$ 平移后的解析式为: $y = \frac{3}{2}x - 3$,

故答案为: $y = \frac{3}{2}x - 3$.

【点睛】本题考查了一次函数与反比例函数的综合应用, 涉及到待定系数法, 一次函数图象的平移等, 求出 k 的值是解题的关键.

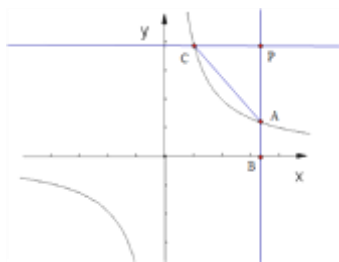
21. 过双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的动点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B, P 是直线 AB 上的点, 且满足 $AP = 2AB$, 过点 P 作 x 轴的平行线交此双曲线于点 C. 如果 $\triangle APC$ 的面积为 8, 则 k 的值是_____.

【来源】2018 年浙江省绍兴市中考数学试卷解析

【答案】12 或 4

【解析】【分析】画出示意图, 分两种情况进行讨论即可.

【解答】(1) 如图:



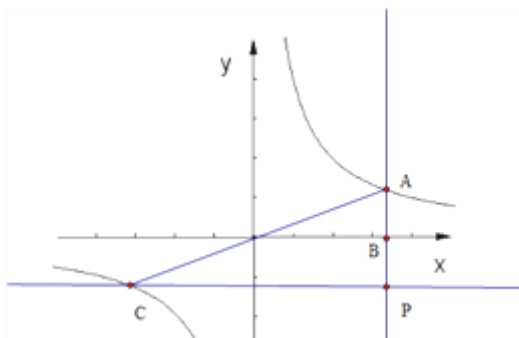
设点 A 的坐标为: $\left(a, \frac{k}{a}\right)$,

则点 P 的坐标为: $\left(a, \frac{3k}{a}\right)$,

点 C 的纵坐标为: $\frac{3k}{a}$, 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$, 点 C 的横坐标为: $\frac{a}{3}$,

$$S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} \left(\frac{3k}{a} - \frac{k}{a} \right) \times \left(a - \frac{a}{3} \right) = 8, \text{ 解得: } k = 12.$$

(2) 如图:



设点 A 的坐标为: $\left(a, \frac{k}{a}\right)$,

则点 P 的坐标为: $\left(a, -\frac{k}{a}\right)$,

点 C 的纵坐标为: $-\frac{k}{a}$, 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$, 点 C 的横坐标为: $-a$,

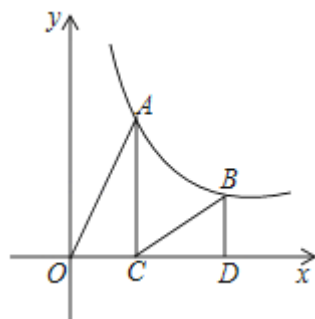
$$S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} \times \frac{2k}{a} \times 2a = 8,$$

解得: $k = 4$.

故答案为: 12 或 4.

【点评】考查反比例函数图象上点的坐标特征, 注意数形结合思想在数学中的应用.

22. 如图, 点 A, B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 图象上的两点, 过点 A, B 分别作 $AC \perp x$ 轴于点 $C, BD \perp x$ 轴于点 D , 连接 OA, BC , 已知点 $C(2, 0)$, $BD = 2$, $S_{\triangle BCD} = 3$, 则 $S_{\triangle AOC} = \underline{\hspace{1cm}}$.



【来源】浙江省衢州市 2018 年中考数学试卷

【答案】5.

【解析】分析: 由三角形 BCD 为直角三角形, 根据已知面积与 BD 的长求出 CD 的长, 由 $OC + CD$ 求出 OD 的长, 确定出 B 的坐标, 代入反比例解析式求出 k 的值, 利用反比例函数 k 的几何意义求出三角形 AOC 面积即可.

详解: $\because BD \perp CD, BD = 2$,

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BD \cdot CD = 3, \text{ 即 } CD = 3.$$

$\because C(2, 0)$, 即 $OC = 2$,

$$\therefore OD = OC + CD = 2 + 3 = 5,$$

$$\frac{10}{x}$$

∴B (5, 2)，代入反比例解析式得：k=10，即 $y=\frac{10}{x}$ ，则 $S_{\triangle AOC}=5$ 。

故答案为：5。

点睛：本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，以及反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握反比例函数 k 的几何意义是解答本题的关键。

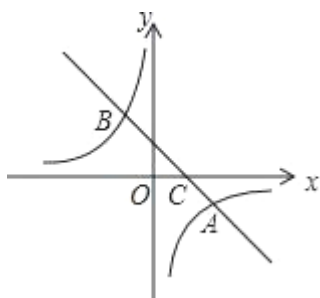
三、解答题

23. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A (4, -2)、B (-2, n) 两点，与 x 轴交于点 C。

(1) 求 k_2 , n 的值；

(2) 请直接写出不等式 $k_1x+b < \frac{k_2}{x}$ 的解集；

(3) 将 x 轴下方的图象沿 x 轴翻折，点 A 落在点 A' 处，连接 A'B, A'C，求 $\triangle A'BC$ 的面积。



【来源】江苏省连云港市 2018 年中考数学试题

【答案】(1) $k_2 = -8$, $n=4$; (2) $-2 < x < 0$ 或 $x > 4$; (3) 8

【解析】分析：(1) 将 A 点坐标代入 $y=\frac{k_2}{x}$ 求出 $k_2=-8$ ，得到反比例函数的解析式 $y=-\frac{8}{x}$ ，再把 B 点坐标代入 $y=-\frac{8}{x}$ 得 $n=4$ ；

(2) 用函数的观点将不等式问题转化为函数图象问题；

(3) 求出对称点坐标，求面积。

详解：(1) 将 A (4, -2) 代入 $y=\frac{k_2}{x}$ ，得 $k_2=-8$ 。

$$\therefore y=-\frac{8}{x},$$

将 (-2, n) 代入 $y=-\frac{8}{x}$ ，得 $n=4$ 。

$$\therefore k_2 = -8, n = 4$$

(2) 根据函数图象可知：

$$-2 < x < 0 \text{ 或 } x > 4$$

(3) 将 $A(4, -2)$, $B(-2, 4)$ 代入 $y = k_1x + b$, 得 $k_1 = -1$, $b = 2$

$\therefore$ 一次函数的关系式为 $y = -x + 2$

与 x 轴交于点 $C(2, 0)$

$\therefore$ 图象沿 x 轴翻折后, 得 $A'(4, 2)$,

$$S_{\triangle A'BC} = (4+2) \times (4+2) \times \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 8$$

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 8.

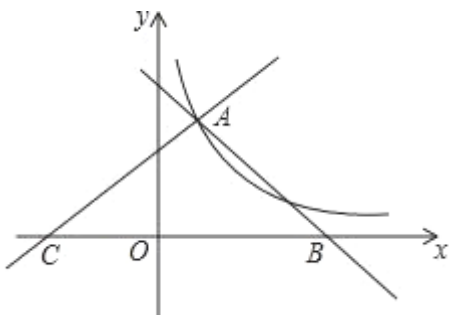
点睛：本题是一次函数和反比例函数综合题，使用的待定系数法，考查用函数的观点解决不等式问题.

24. 如图，直线 $y_1 = -x + 4$, $y_2 = \frac{3}{4}x + b$ 都与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 $A(1, m)$ ，这两条直线分别与 x 轴交于 B, C 两点.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 直接写出当 $x > 0$ 时，不等式 $\frac{3}{4}x + b > \frac{k}{x}$ 的解集；

(3) 若点 P 在 x 轴上，连接 AP 把 $\triangle ABC$ 的面积分成 1: 3 两部分，求此时点 P 的坐标.



【来源】山东省淄博市 2018 年中考数学试题

【答案】(1) $y = \frac{3}{x}$; (2) $x > 1$; (3) $P(-\frac{5}{4}, 0)$ 或 $(\frac{9}{4}, 0)$

【解析】分析：(1) 求得 $A(1, 3)$ ，把 $A(1, 3)$ 代入双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ，可得 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 依据 $A(1, 3)$ ，可得当 $x > 0$ 时，不等式 $\frac{3}{4}x + b > \frac{k}{x}$ 的解集为 $x > 1$ ；

(3) 分两种情况进行讨论， AP 把 $\triangle ABC$ 的面积分成 1: 3 两部分，则 $CP = \frac{1}{4}BC = \frac{7}{4}$ ，或 $BP = \frac{1}{4}BC = \frac{7}{4}$ ，即可得到 $OP = 3 - \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$ ，或 $OP = 4 - \frac{7}{4} = \frac{9}{4}$ ，进而得出点 P 的坐标.

详解：（1）把 A（1，m）代入 $y_1 = -x + 4$ ，可得 $m = -1 + 4 = 3$ ，

$\therefore A(1, 3)$ ，

把 A（1，3）代入双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ，可得 $m = 1 \times 3 = 3$ ，

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为： $y = \frac{3}{x}$ ；

（2） $\because A(1, 3)$ ，

$\therefore$ 当 $x > 0$ 时，不等式 $\frac{3}{4}x + b > \frac{k}{x}$ 的解集为： $x > 1$ ；

（3） $y_1 = -x + 4$ ，令 $y = 0$ ，则 $x = 4$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为（4，0），

把 A（1，3）代入 $y_2 = \frac{3}{4}x + b$ ，可得 $3 = \frac{3}{4} + b$ ，

$\therefore b = \frac{9}{4}$ ，

$\therefore y_2 = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ ，

令 $y = 0$ ，则 $x = -3$ ，即 C（-3，0），

$\therefore BC = 7$ ，

$\therefore AP$ 把 $\triangle ABC$ 的面积分成 1：3 两部分，

$\therefore CP = \frac{1}{4}BC = \frac{7}{4}$ ，或 $BP = \frac{1}{4}BC = \frac{7}{4}$

$\therefore OP = 3 - \frac{7}{4} = \frac{5}{4}$ ，或 $OP = 4 - \frac{7}{4} = \frac{9}{4}$ ，

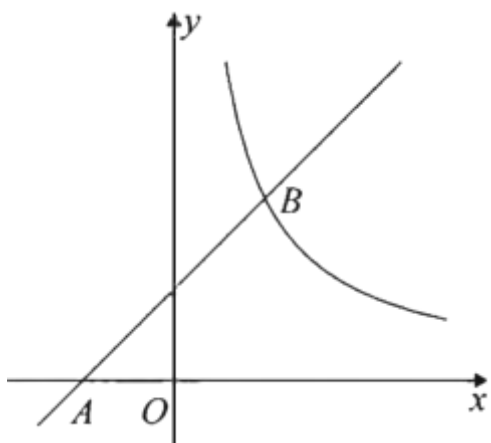
$\therefore P(-\frac{5}{4}, 0)$ 或 $(\frac{9}{4}, 0)$ 。

点睛：本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点。

25. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = x + b$ 的图象经过点 $A(-2, 0)$ ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于 $B(a, 4)$ 。

（1）求一次函数和反比例函数的表达式；

（2）设 M 是直线 AB 上一点，过 M 作 $MN \parallel x$ 轴，交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象于点 N ，若 A, O, M, N 为顶点的四边形为平行四边形，求点 M 的坐标。



【来源】四川省成都市 2018 年中考数学试题

【答案】(1) $y = x + 1$, $y = \frac{8}{x} (x > 0)$; (2) M 的坐标为 $(2\sqrt{2} - 2, 2\sqrt{2})$ 或 $(2\sqrt{3}, 2\sqrt{3} + 2)$.

【解析】分析：(1) 根据一次函数 $y = x + b$ 的图象经过点 $A(-2, 0)$ ，可以求得 b 的值，从而可以解答本题；

(2) 根据平行四边形的性质和题意，可以求得点 M 的坐标，注意点 M 的横坐标大于 0.

详解：(1) $\because$ 一次函数的图象经过点 $A(-2, 0)$,

$$\therefore -2 + b = 0, \therefore b = 2, \therefore y = x + 2.$$

$\because$ 一次函数与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 交于 $B(a, 4)$.

$$\therefore a + 2 = 4, \therefore a = 2, \therefore B(2, 4), \therefore y = \frac{8}{x} (x > 0).$$

(2) 设 $M(m - 2, m)$, $N\left(\frac{8}{m}, m\right)$.

当 $MN \parallel AO$ 且 $MN = AO$ 时，以 A, O, M, N 为顶点的四边形为平行四边形.

$$\text{即: } \left| \frac{8}{m} - (m - 2) \right| = 2 \text{ 且 } m > 0, \text{ 解得: } m = 2\sqrt{2} \text{ 或 } m = 2\sqrt{3} + 2 \text{ (负值已舍),}$$

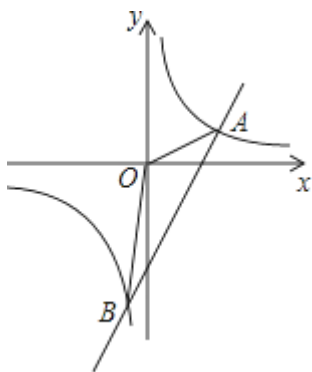
$\therefore M$ 的坐标为 $(2\sqrt{2} - 2, 2\sqrt{2})$ 或 $(2\sqrt{3}, 2\sqrt{3} + 2)$.

点睛：本题考查反比例函数与一次函数的交点问题，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

26. 如图，直线 $y = 3x - 5$ 与反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象相交 $A(2, m)$, $B(n, -6)$ 两点，连接 OA, OB .

(1) 求 k 和 n 的值；

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



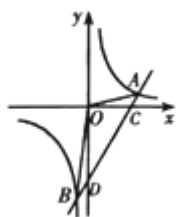
【来源】山东省潍坊市 2018 年中考数学试题

【答案】(1) $k=3$; (2) $S_{\triangle AOB} = \frac{35}{6}$.

【解析】分析：(1) 先求出 B 点的坐标，再代入反比例函数解析式求出即可；

(2) 先求出直线与 x 轴、y 轴的交点坐标，再求出即可.

详解：(1) $\because$ 点 $B(n, -6)$ 在直线 $y = 3x - 5$ 上,



$$\therefore -6 = 3n - 5, \text{解得 } n = -\frac{1}{3},$$

$$\therefore B\left(-\frac{1}{3}, -6\right),$$

$$\because \text{反比例函数 } y = \frac{k-1}{x} \text{ 的图象也经过点 } B\left(-\frac{1}{3}, -6\right),$$

$$\therefore k-1 = -6 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 2, \text{解得 } k = 3;$$

(2) 设直线 $y = 3x - 5$ 分别与 x 轴、y 轴相交于点 C、点 D,

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, 即 } 3x - 5 = 0, x = \frac{5}{3}, \therefore OC = \frac{5}{3},$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = 3 \times 0 - 5 = -5, \therefore OD = 5,$$

$$\because \text{点 } A(2, m) \text{ 在直线 } y = 3x - 5 \text{ 上},$$

$$\therefore m = 3 \times 2 - 5 = 1. \text{ 即 } A(2, 1),$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COD} + S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{5}{3} \times 1 + \frac{5}{3} \times 5 + \frac{1}{3} \times 5\right) = \frac{35}{6}.$$

点睛：本题考查了用待定系数法求反比例函数的解析式，反比例函数与一次函数的交点问题、函数图象上点的坐标特征等知识点，能求出反比例函数的解析式是解此题的关键.

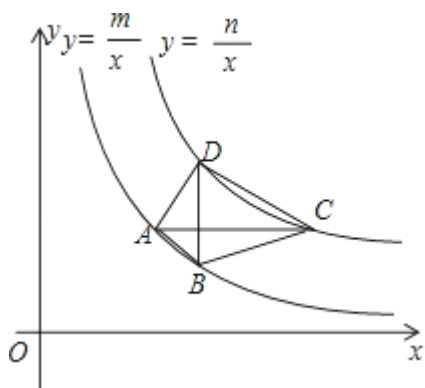
27. 如图，四边形 ABCD 的四个顶点分别在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 与 $y = \frac{n}{x}$ ($x > 0$, $0 < m < n$) 的图象上，对角线 $BD \parallel y$ 轴，且 $BD \perp AC$ 于点 P. 已知点 B 的横坐标为 4.

(1) 当 $m=4$, $n=20$ 时.

①若点 P 的纵坐标为 2, 求直线 AB 的函数表达式.

②若点 P 是 BD 的中点, 试判断四边形 ABCD 的形状, 并说明理由.

(2) 四边形 ABCD 能否成为正方形? 若能, 求此时 m , n 之间的数量关系; 若不能, 试说明理由.



【来源】浙江省金华市 2018 年中考数学试题

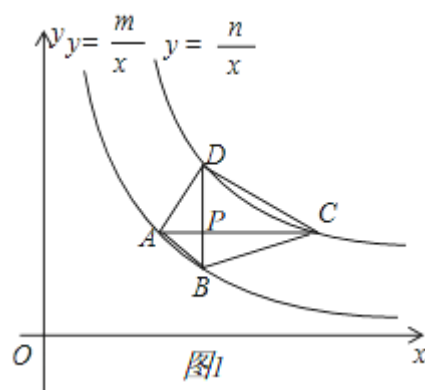
【答案】(1) ①直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$; 理由见解析; ②四边形 ABCD 是菱形, (2) 四边形 ABCD 能是正方形, 理由见解析.

【解析】分析: (1) ①先确定出点 A, B 坐标, 再利用待定系数法即可得出结论;

②先确定出点 D 坐标, 进而确定出点 P 坐标, 进而求出 PA, PC, 即可得出结论;

(2) 先确定出 $B(4, \frac{m}{4})$, 进而得出 $A(4-t, \frac{m}{4}+t)$, 即: $(4-t)(\frac{m}{4}+t) = m$, 即可得出点 $D(4, 8\frac{m}{4})$, 即可得出结论.

详解: (1) ①如图 1,



$\because m=4$,

$\therefore$ 反比例函数为 $y=\frac{4}{x}$ ，当 $x=4$ 时， $y=1$ ，
 $\therefore B(4, 1)$ ，

当 $y=2$ 时，

$$\therefore 2=\frac{4}{x},$$

$$\therefore x=2,$$

$$\therefore A(2, 2),$$

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$ ，

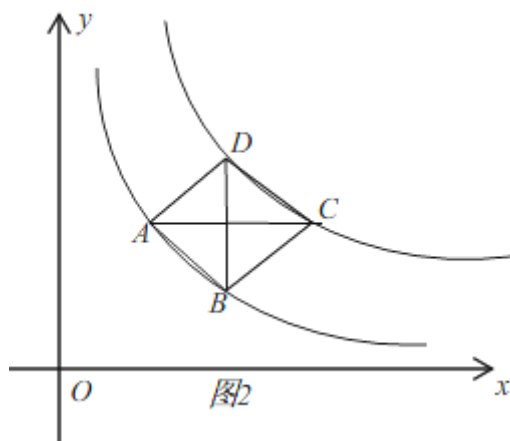
$$\therefore \begin{cases} 2k+b=2 \\ 4k+b=1 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$ ；

②四边形 $ABCD$ 是菱形，

理由如下：如图 2，



由①知， $B(4, 1)$ ，

$\because BD \parallel y$ 轴，

$$\therefore D(4, 5),$$

$\because$ 点 P 是线段 BD 的中点，

$$\therefore P(4, 3),$$

当 $y=3$ 时, 由 $y=\frac{4}{x}$ 得, $x=\frac{4}{3}$,

由 $y=\frac{20}{x}$ 得, $x=\frac{20}{3}$,

$$\therefore PA=4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}, PC=\frac{20}{3}-4=\frac{8}{3},$$

$$\therefore PA=PC,$$

$$\therefore PB=PD,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 为平行四边形,

$$\therefore BD \perp AC,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是菱形;

(2) 四边形 ABCD 能是正方形,

理由: 当四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore PA=PB=PC=PD, \text{ (设为 } t, t \neq 0),$$

当 $x=4$ 时, $y=\frac{m}{x}=\frac{m}{4}$,

$$\therefore B\left(4, \frac{m}{4}\right),$$

$$\therefore A\left(4-t, \frac{m}{4+t}\right),$$

$$\therefore (4-t)\left(\frac{m}{4+t}\right)=m,$$

$$\therefore t=4-\frac{m}{4},$$

$$\therefore \text{点 D 的纵坐标为 } \frac{m}{4+2t}=\frac{m}{4+2\left(4-\frac{m}{4}\right)}=8-\frac{m}{4},$$

$$\therefore D\left(4, 8-\frac{m}{4}\right),$$

$$\therefore 4\left(8-\frac{m}{4}\right)=n,$$

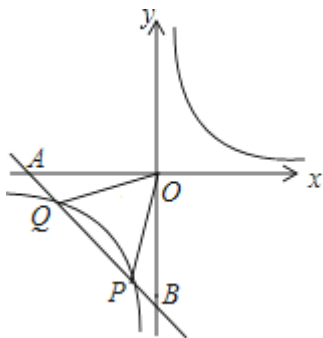
$$\therefore m+n=32.$$

点睛: 此题是反比例函数综合题, 主要考查了待定系数法, 平行四边形的判定, 菱形的判定和性质, 正方形的性质, 判断出四边形 ABCD 是平行四边形是解本题的关键.

28. 如图, 已知反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 4)$, 一次函数 $y=-x+b$ 的图象经过反比例函数图象上的点 $Q(-4, n)$.

(1) 求反比例函数与一次函数的表达式;

(2) 一次函数的图象分别与 x 轴、 y 轴交于 A 、 B 两点，与反比例函数图象的另一个交点为 P 点，连结 OP 、 OQ ，求 $\triangle OPQ$ 的面积.



【来源】四川省宜宾市 2018 年中考数学试题

【答案】(1) 反比例函数的表达式为 $y = \frac{4}{x}$ ，一次函数的表达式 $y = -x - 5$ ；(2) 7.5.

【解析】分析：(1) 根据待定系数法，将点的坐标分别代入两个函数的表达式中求出待定系数，可得答案；
(2) 利用 $\triangle AOP$ 的面积减去 $\triangle AOQ$ 的面积.

详解：(1) 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 4)$,

$\therefore 4 = \frac{m}{1}$, 解得 $m = 4$, 故反比例函数的表达式为 $y = \frac{4}{x}$,

一次函数 $y = -x + b$ 的图象与反比例函数的图象相交于点 $Q(-4, n)$,

$$\therefore \begin{cases} n = \frac{4}{-4} \\ n = -(-4) + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} n = -1 \\ b = -5 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的表达式 $y = -x - 5$;

$$(2) \text{ 由 } \begin{cases} y = \frac{4}{x} \\ y = -x - 5 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = -4 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -1 \\ y = -4 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 $P(-1, -4)$,

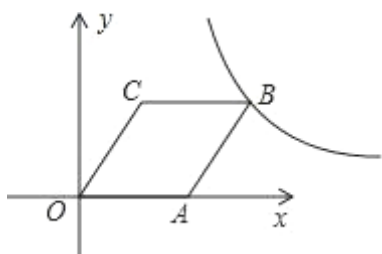
在一次函数 $y = -x - 5$ 中, 令 $y = 0$, 得 $-x - 5 = 0$, 解得 $x = -5$, 故点 $A(-5, 0)$,

$$S_{\triangle OPQ} = S_{\triangle OPA} - S_{\triangle OAQ} = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 - \frac{1}{2} \times 5 \times 1 = 7.5.$$

点睛：本题考查了反比例函数图象与一次函数图象的交点坐标问题，(1) 用待定系数法求出函数表达式是解题的关键，(2) 转化思想是解题关键，将三角形的面积转化成两个三角形的面积的差.

29. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，菱形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上，顶点 C 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$.

- (1) 求图象过点 B 的反比例函数的解析式；
- (2) 求图象过点 A, B 的一次函数的解析式；
- (3) 在第一象限内, 当以上所求一次函数的图象在所求反比例函数的图象下方时, 请直接写出自变量 x 的取值范围.



【来源】山东省滨州市 2018 年中考数学试题

【答案】(1) $y = \frac{3\sqrt{3}}{x}$; (2) $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$; (3) $x < -1$ 或 $0 < x < 3$.

【解析】分析: (1) 由点 C 的坐标求出菱形的边长, 利用平移规律确定出 B 的坐标, 再利用待定系数法求出反比例函数解析式即可;

(2) 由菱形的边长确定出点 A 坐标, 利用待定系数法求出直线 AB 的解析式即可;

(3) 联立一次函数与反比例函数解析式求出交点坐标, 由图象确定出满足题意的 x 的范围即可.

详解: (1) 由点 C 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 得到 $OC=2$,

$\because$ 四边形 OABC 是菱形,

$\therefore BC=OC=OA=2$, $BC \parallel x$ 轴,

$\therefore B(3, \sqrt{3})$,

设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

把 B 坐标代入得: $k=3\sqrt{3}$,

则反比例函数解析式为 $y = \frac{3\sqrt{3}}{x}$;

(2) 设直线 AB 的解析式为 $y=mx+n$,

把 A $(2, 0)$, B $(3, \sqrt{3})$ 代入得: $\begin{cases} 2m+n=0 \\ 3m+n=\sqrt{3} \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} m=\sqrt{3} \\ n=-2\sqrt{3} \end{cases}$

则直线 AB 的解析式为 $y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3}$;

(3) 联立得: $\begin{cases} y=\frac{3\sqrt{3}}{x} \\ y=\sqrt{3}x-2\sqrt{3} \end{cases}$,

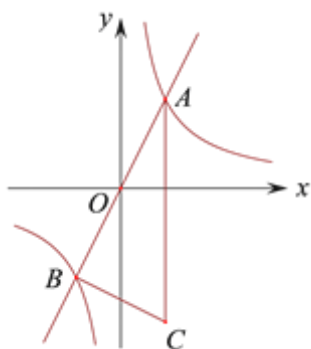
解得： $\begin{cases} x=3 \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3\sqrt{3} \end{cases}$ ，即一次函数与反比例函数图象的交点坐标为 $(3, \sqrt{3})$ 或 $(-1, -3\sqrt{3})$ ，
则当一次函数的图象在反比例函数的图象下方时，自变量 x 的取值范围为 $x < -1$ 或 $0 < x < 3$ 。

点睛：此题考查了待定系数法求反比例函数解析式与一次函数解析式，一次函数、反比例函数的性质，以及一次函数与反比例函数图象的交点，熟练掌握待定系数法是解本题的关键。

30. 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象与正比例函数 $y = 2x$ 的图象相交于 $A(1, a), B$ 两点，点 C 在第四象限， $CA \parallel y$ 轴， $\angle ABC = 90^\circ$ 。

(1) 求 k 的值及点 B 的坐标；

(2) 求 $\tan C$ 的值。



【来源】江西省 2018 年中等学校招生考试数学试题

【答案】(1) $k = 2$, $B(-1, -2)$; (2) 2.

【解析】【分析】(1) 先根据点 A 在直线 $y=2x$ 上，求得点 A 的坐标，再根据点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上，利用待定系数法求得 k 的值，再根据点 A 、 B 关于原点对称即可求得点 B 的坐标；

(2) 作 $BH \perp AC$ 于 H ，设 AC 交 x 轴于点 D ，根据 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle BHC = 90^\circ$ ，可得 $\angle C = \angle ABH$ ，再由已知可得 $\angle AOD = \angle ABH$ ，从而得 $\angle C = \angle AOD$ ，求出 $\tan C$ 即可。

【详解】(1) $\because$ 点 $A(1, a)$ 在 $y = 2x$ 上，

$\therefore a = 2$, $\therefore A(1, 2)$,

把 $A(1, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = 2$,

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象与正比例函数 $y = 2x$ 的图象交于 A, B 两,

$\therefore A, B$ 两点关于原点 O 中心对称,

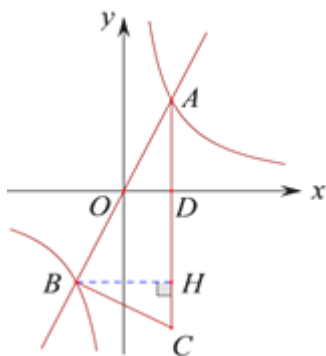
$\therefore B(-1, -2)$;

(2) 作 $BH \perp AC$ 于 H , 设 AC 交 x 轴于点 D ,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ, \angle BHC = 90^\circ, \therefore \angle C = \angle ABH,$

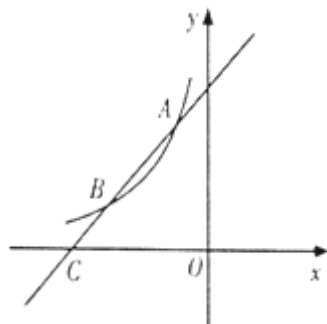
$\therefore CA \parallel y$ 轴, $\therefore BH \parallel x$ 轴, $\therefore \angle AOD = \angle ABH, \therefore \angle C = \angle AOD,$

$\therefore \tan C = \tan \angle AOD = \frac{AD}{OD} = \frac{2}{1} = 2.$



【点睛】本题考查了反比例与一次函数综合问题，涉及到待定系数法、中心对称、三角函数等知识，熟练掌握和应用相关知识是解题的关键，(2) 小题求出 $\angle C = \angle AOD$ 是关键.

31. 如图，一次函数 $y = x + 4$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \text{ 为常数且 } k \neq 0)$ 的图象交于 $A(-1, a)$, B 两点，与 x 轴交于点 C .



(1) 求此反比例函数的表达式;

(2) 若点 P 在 x 轴上, 且 $S_{\triangle ACP} = \frac{3}{2}S_{\triangle BOC}$, 求点 P 的坐标.

【来源】2018 年甘肃省武威市（凉州区）中考数学试题

【答案】(1) 反比例函数的表达式为 $y = -\frac{3}{x}$; (2) 点 $P(-6, 0)$ 或 $(-2, 0)$.

【解析】【分析】(1) 把点 $A(-1, a)$ 代入 $y = x + 4$, 得 $a = 3$, 得到 $A(-1, 3)$,

代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = -3$, 即可求得反比例函数的表达式.

(2) 联立两个函数表达式得 $\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -\frac{3}{x} \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$, $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$. 求得点 B 的坐标,

当 $y = x + 4 = 0$ 时, 得 $x = -4$. 求得点 $C(-4, 0)$. 设点 P 的坐标为 $(x, 0)$. 根据 $S_{\triangle ACP} = \frac{3}{2} S_{\triangle BOC}$, 列出方程求解即可.

【解答】(1) 把点 $A(-1, a)$ 代入 $y = x + 4$, 得 $a = 3$.

$\therefore A(-1, 3)$

把 $A(-1, 3)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = -3$.

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y = -\frac{3}{x}$.

(2) 联立两个函数表达式得 $\begin{cases} y = x + 4 \\ y = -\frac{3}{x} \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$, $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$.

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $B(-3, 1)$.

当 $y = x + 4 = 0$ 时, 得 $x = -4$.

$\therefore$ 点 $C(-4, 0)$.

设点 P 的坐标为 $(x, 0)$.

$\because S_{\triangle ACP} = \frac{3}{2} S_{\triangle BOC}$,

$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times |x - (-4)| = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 1$.

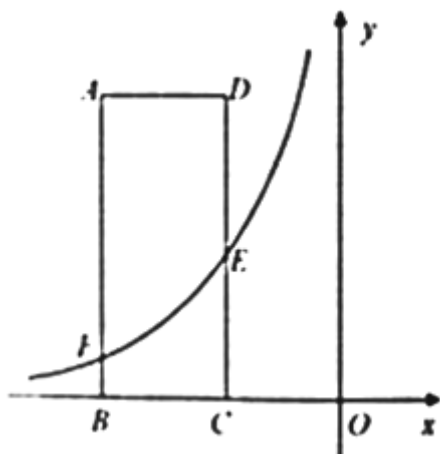
即 $|x + 4| = 2$,

解得 $x_1 = -6$, $x_2 = -2$.

$\therefore$ 点 $P(-6, 0)$ 或 $(-2, 0)$.

【点评】属于反比例函数和一次函数综合题, 考查一次函数图象上点的坐标特征, 待定系数法求反比例函数解析式, 三角形的面积公式等, 难度不大, 熟练掌握各个知识点是解题的关键.

32. 如图, 矩形 $ABCD$ 的两边 AD 、 AB 的长分别为 3、8, E 是 DC 的中点, 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象经过点 E , 与 AB 交于点 F .



(1) 若点 B 坐标为 $(-6, 0)$ ，求 m 的值及图象经过 A 、 E 两点的一次函数的表达式；

(2) 若 $AF - AE = 2$ ，求反比例函数的表达式.

【来源】山东省泰安市 2018 年中考数学试题

【答案】(1) $m = -12$, $y = -\frac{4}{3}x$; (2) $y = -\frac{4}{x}$.

【解析】分析：(1) 由已知求出 A 、 E 的坐标，即可得出 m 的值和一次函数函数的解析式；

(2) 由 $AD = 3$ ， $DE = 4$ ，得到 $AE = 5$ ，由 $AF - AE = 2$ ，得到 $AF = 7$ ， $BF = 1$ ．设 E 点坐标为 $(a, 4)$ ，则点 F 坐标为 $(a - 3, 1)$ ，代入反比例函数解析式即可得到结论．

详解：(1) $\because B(-6, 0)$ ， $AD = 3$ ， $AB = 8$ ， E 为 CD 的中点，

$\therefore E(-3, 4)$ ， $A(-6, 8)$ ．

$\because$ 反比例函数图象过点 $E(-3, 4)$ ，

$\therefore m = -3 \times 4 = -12$ ．

设图象经过 A 、 E 两点的一次函数表达式为： $y = kx + b$ ，

$$\therefore \begin{cases} -6k + b = 8 \\ -3k + b = 4 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = 0 \end{cases}$ ，

$$\therefore y = -\frac{4}{3}x.$$

(2) $\because AD = 3$ ， $DE = 4$ ，

$\therefore AE = 5$ ．

$\because AF - AE = 2$ ，

$\therefore AF = 7$ ，

$$\therefore BF = 1.$$

设 E 点坐标为 $(a, 4)$ ，则点 F 坐标为 $(a - 3, 1)$ ．

$\because E, F$ 两点在 $y = \frac{m}{x}$ 图象上，

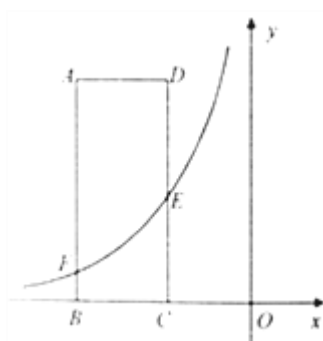
$$\therefore 4a = a - 3,$$

解得： $a = -1$ ，

$$\therefore E(-1, 4),$$

$$\therefore m = -4,$$

$$\therefore y = -\frac{4}{x}.$$



点睛：本题考查了矩形的性质以及反比例函数一次函数的解析式，解题的关键是求出点 A 、 E 、 F 的坐标．